

# Matematica e robotica

Massimo Ferri

Dip. di Matematica

Università di Bologna

<http://www.dm.unibo.it>

ferri@dm.unibo.it

# Sommario

- **Panoramica sulla robotica**
- Trasformata di Hough
- Trasformata di Fourier
- Pianificazione di percorsi
- Conclusioni

# Panoramica sulla robotica

- Robotica industriale
  - Braccio robotico
  - Sistemi di visione (controllo di qualità, OCR...)
- Veicoli autonomi
  - Indoor
  - Outdoor
  - Subacquei
- Robotica antropomorfa

# Panoramica sulla robotica





# Panoramica sulla robotica



<http://marsrovers.jpl.nasa.gov/home/index.html>

# Panoramica sulla robotica



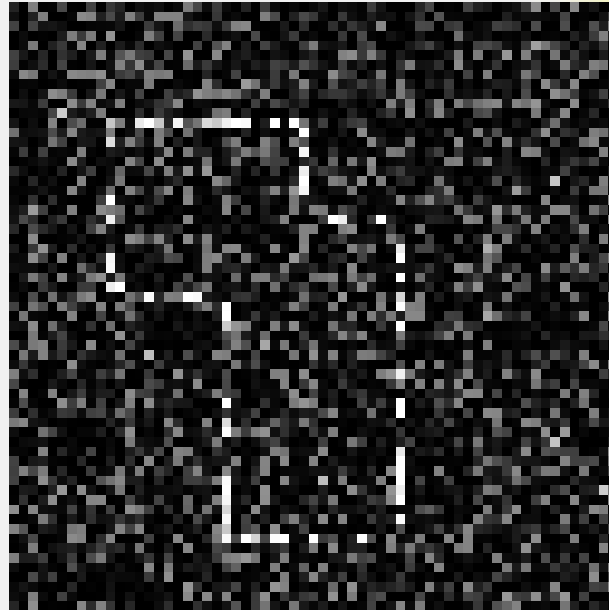
<http://world.honda.com/ASIMO/>

<http://www.robocup.org/>

# Sommario

- Panoramica sulla robotica
- **Trasformata di Hough**
- Trasformata di Fourier
- Pianificazione di percorsi
- Conclusioni

# Trasformata di Hough



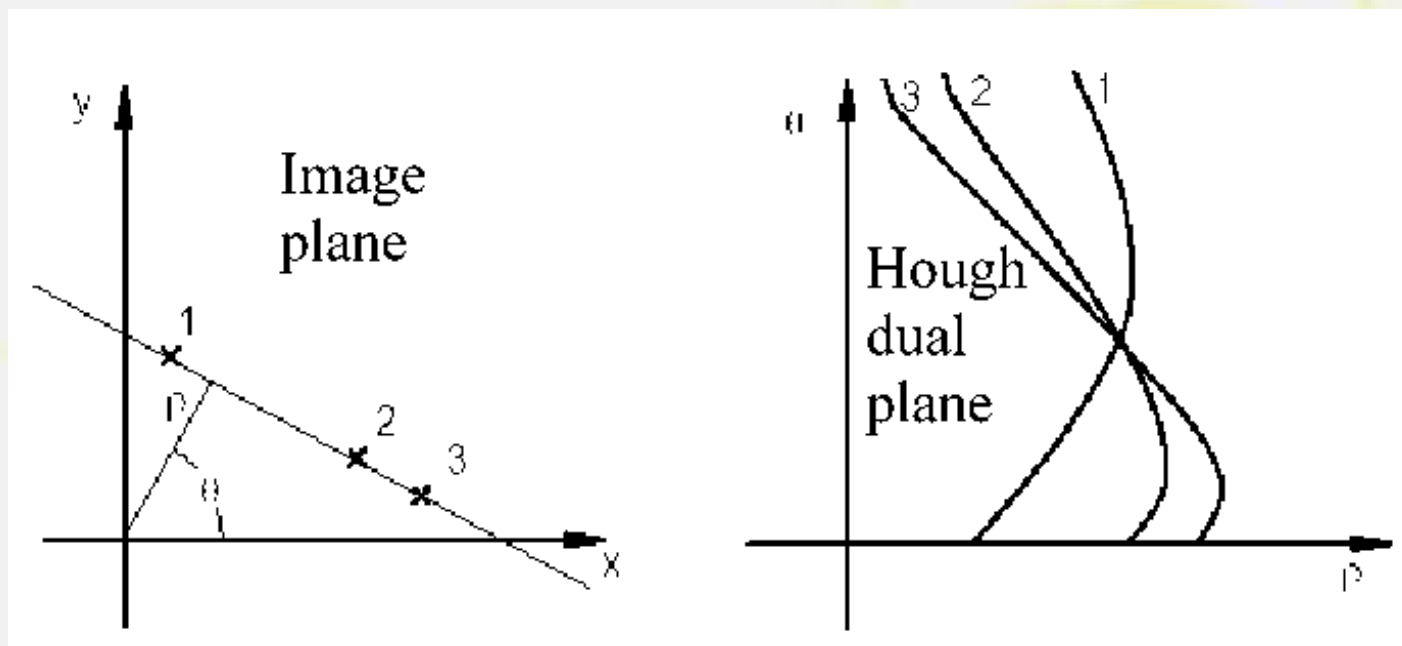
La ricerca di allineamenti in un'immagine e` un compito elementare per un umano, ma dev'essere insegnato ad un calcolatore...

<http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/hough.htm>

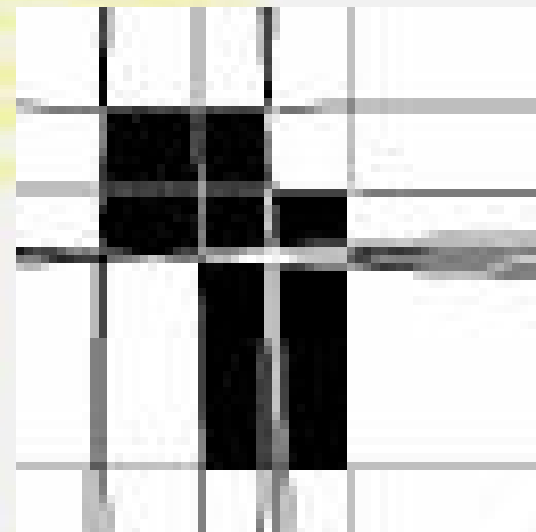
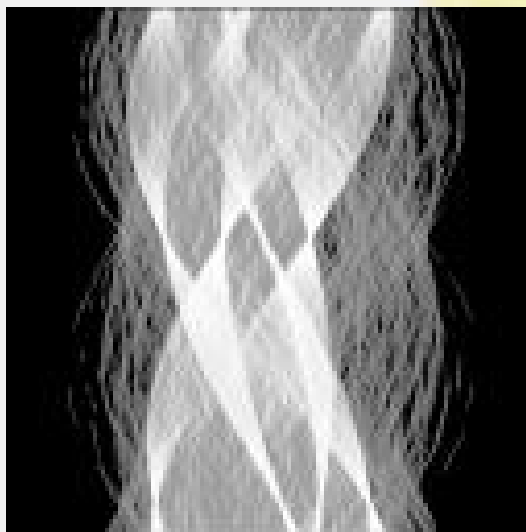
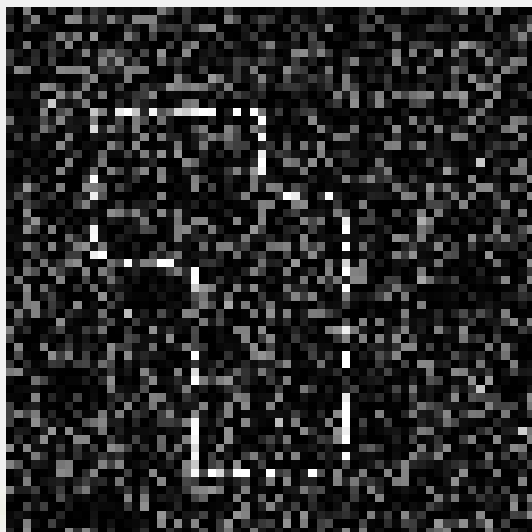


# Trasformata di Hough

$$(\cos \theta)x + (\sin \theta)y = \rho$$



# Trasformata di Hough

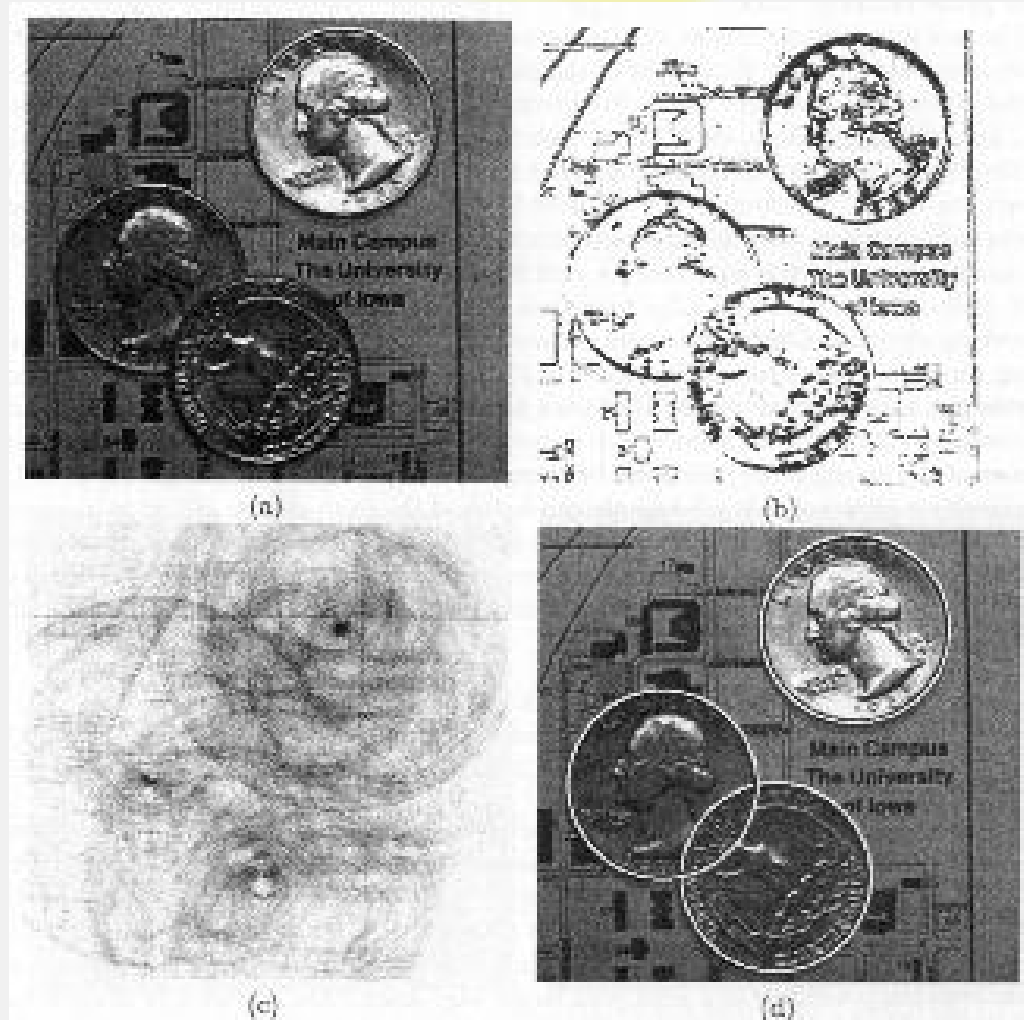


Allineamenti trovati mediante sogliatura della trasformata di Hough al 40%.

# Trasformata di Hough

La trasformata di Hough puo` essere generalizzata per trovare altre curve parametrizzate, eventualmente con altre dimensioni per lo spazio dei parametri. Puo` essere usata per trovare circonferenze:

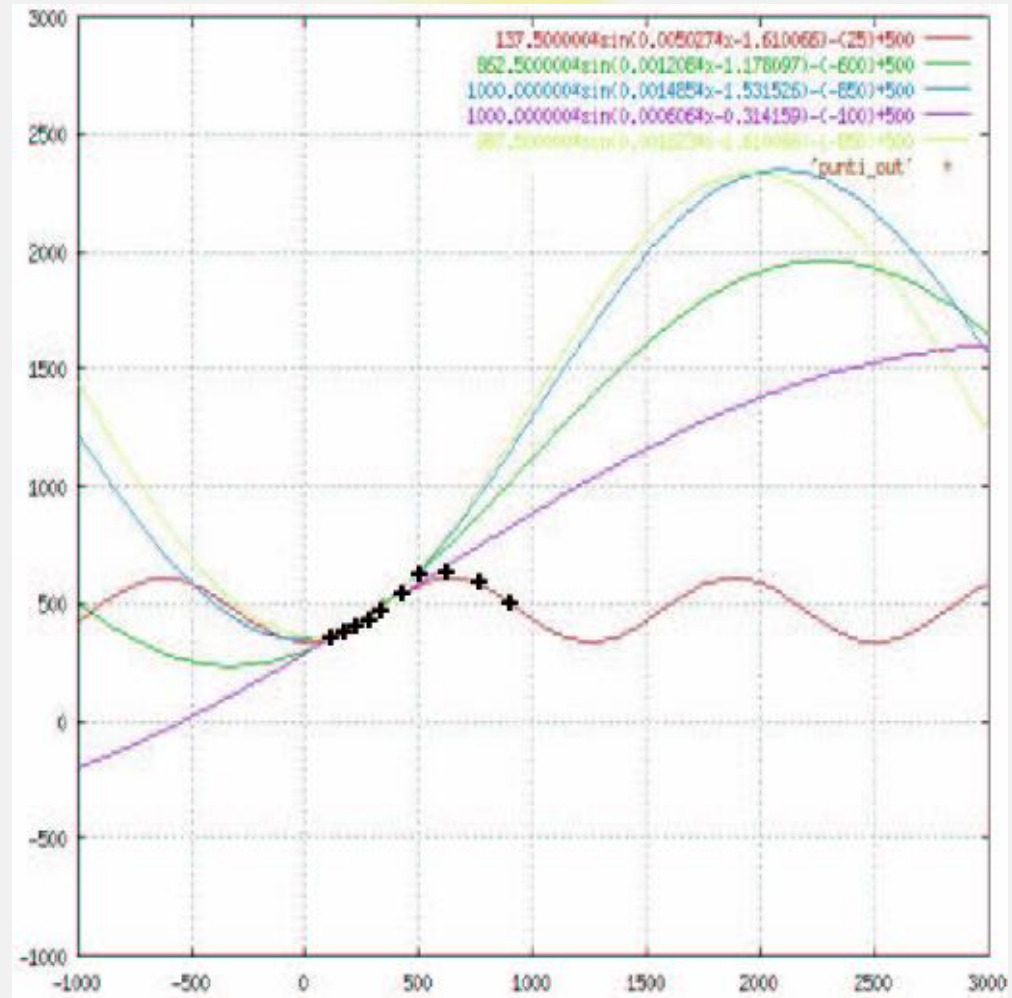
$$(x_1 - a)^2 + (x_2 - b)^2 = r^2$$



# Trasformata di Hough

... e puo` essere usata per trovare sinusoidi in un progetto SETI per il riconoscimento di segnali extraterrestri!

$$f(x) = A \sin(P x - F) - q$$



<http://www.seti-italia.cnr.it/>

# Sommario

- Panoramica sulla robotica
- Trasformata di Hough
- **Trasformata di Fourier**
- Pianificazione di percorsi
- Conclusioni



# Trasformata di Fourier

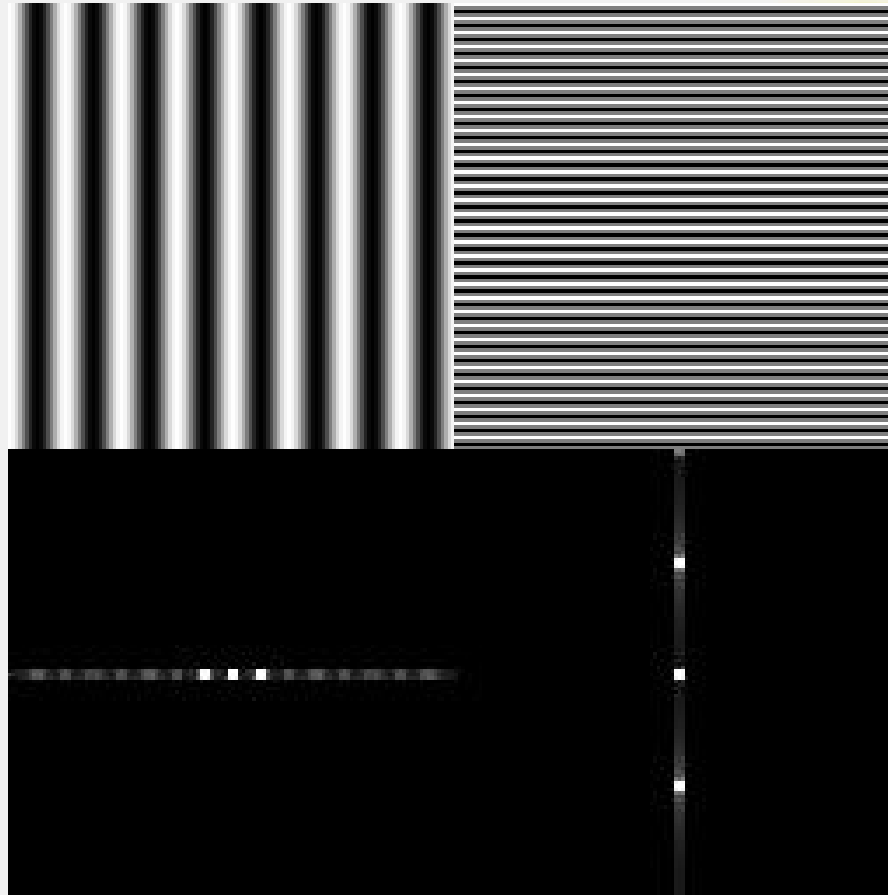
La trasformata di Fourier  $F$  di un segnale (una funzione reale)  $f$

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-2i\pi ux} dx$$

porta l'informazione contenuta in  $f$  nel dominio delle frequenze. In tale dominio l'analisi, il restauro, la compressione ecc. possono essere effettuate con facilità. Il segnale originale  $F$  può essere ricostruito da  $f$  mediante la trasformata inversa:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{2i\pi ux} dx$$

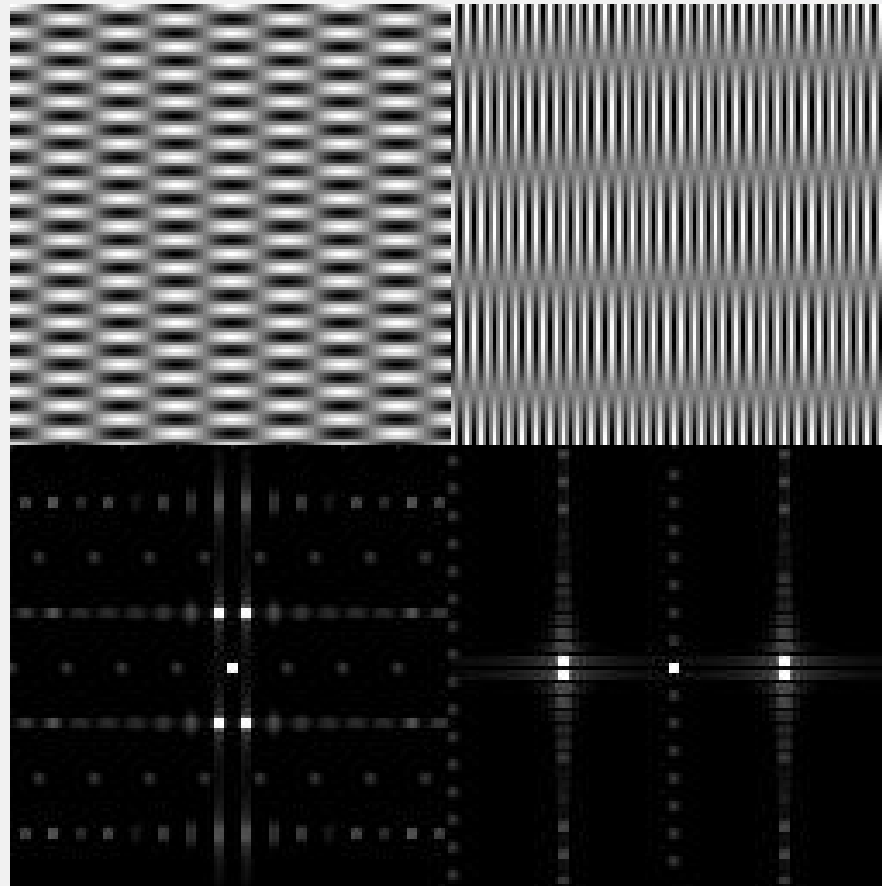
# Trasformata di Fourier



Due funzioni periodiche (in alto) e le loro trasformate di Fourier.

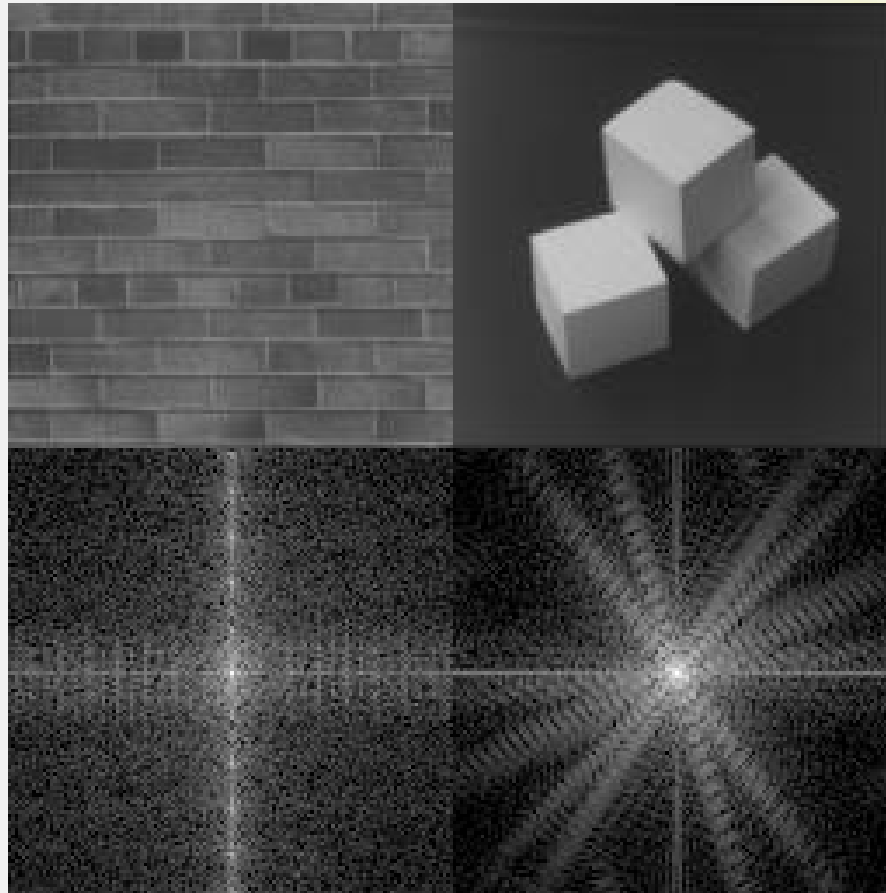
(<http://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.html>)

# Trasformata di Fourier



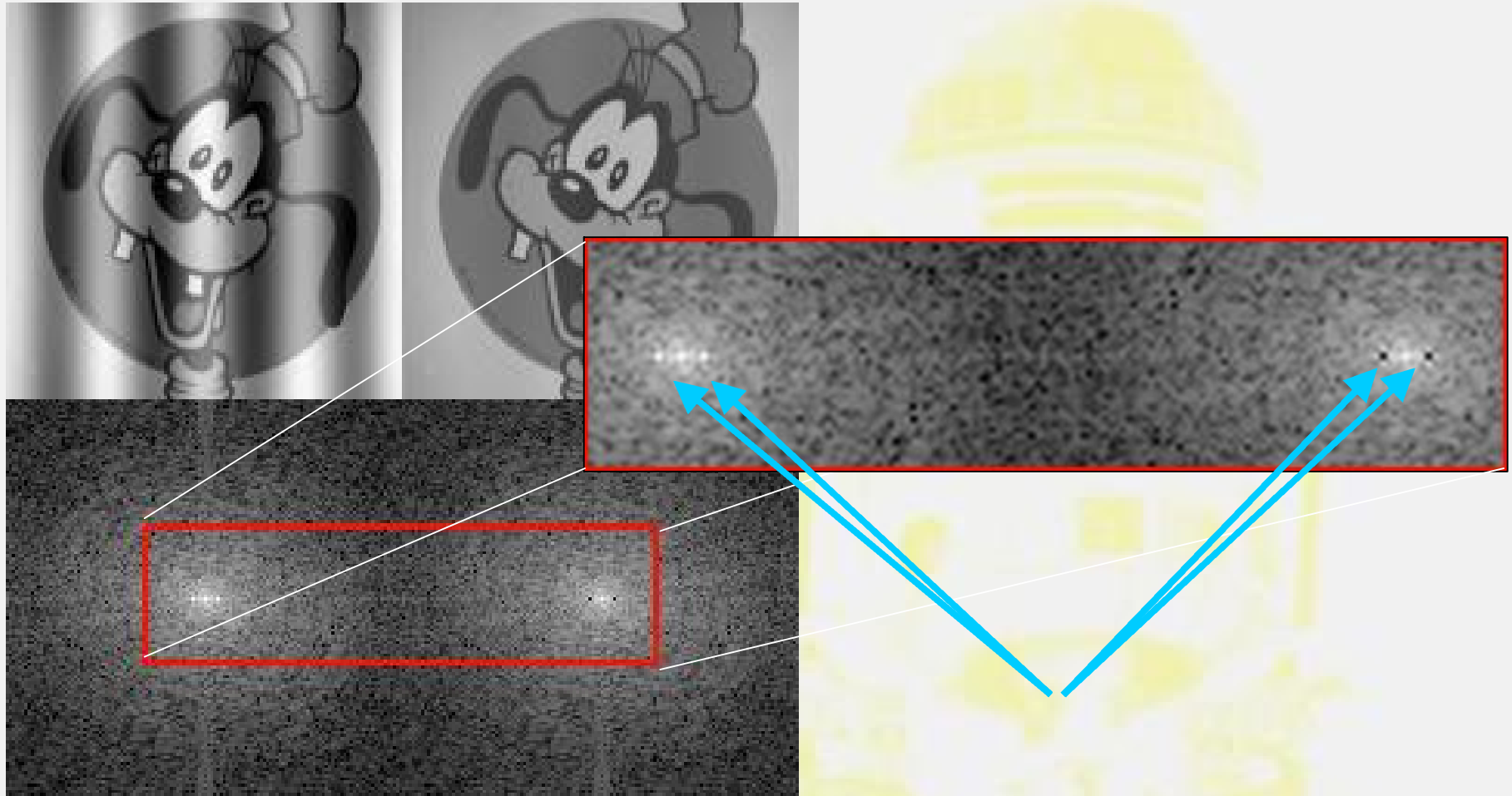
Due funzioni periodiche (in alto) e le loro trasformate di Fourier.

# Trasformata di Fourier



Due immagini reali (in alto) e le loro trasformate di Fourier.

# Trasformata di Fourier



Eliminazione di frequenze indesiderate.



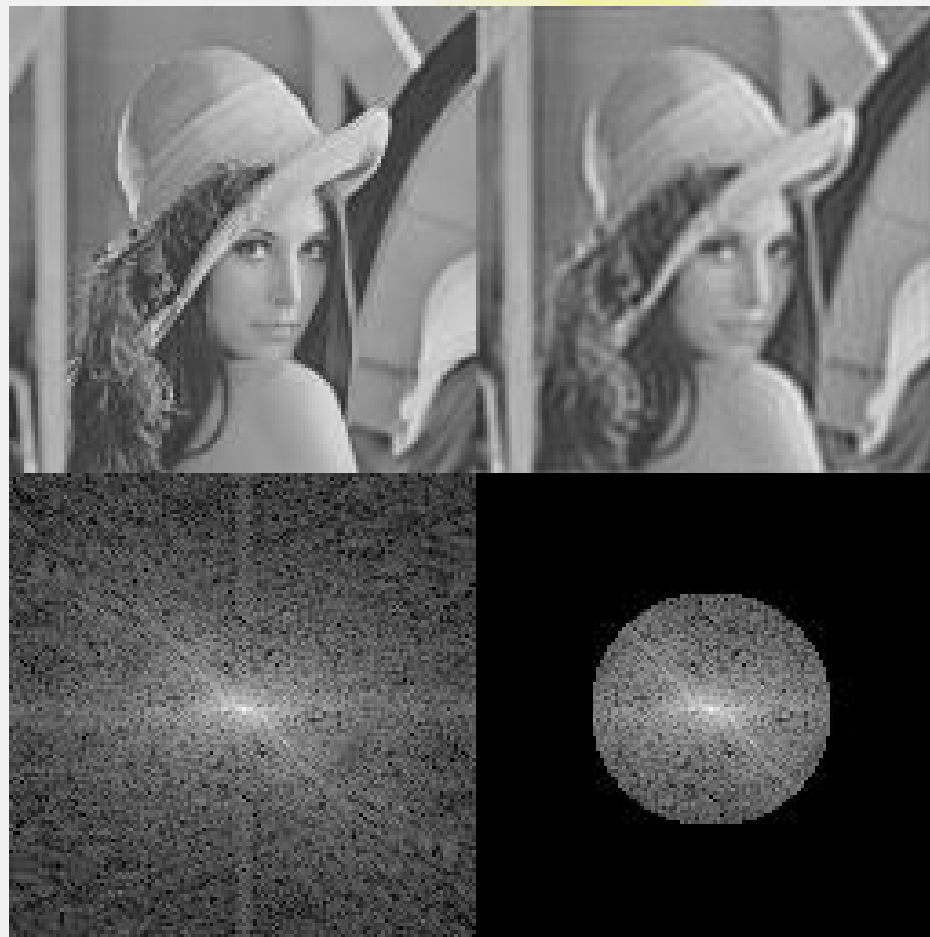
# Trasformata di Fourier



Restauro di  
immagini  
sfocate.

# Trasformata di Fourier

Compressione  
di immagini.



# Trasformata di Fourier



# Trasformata di Fourier

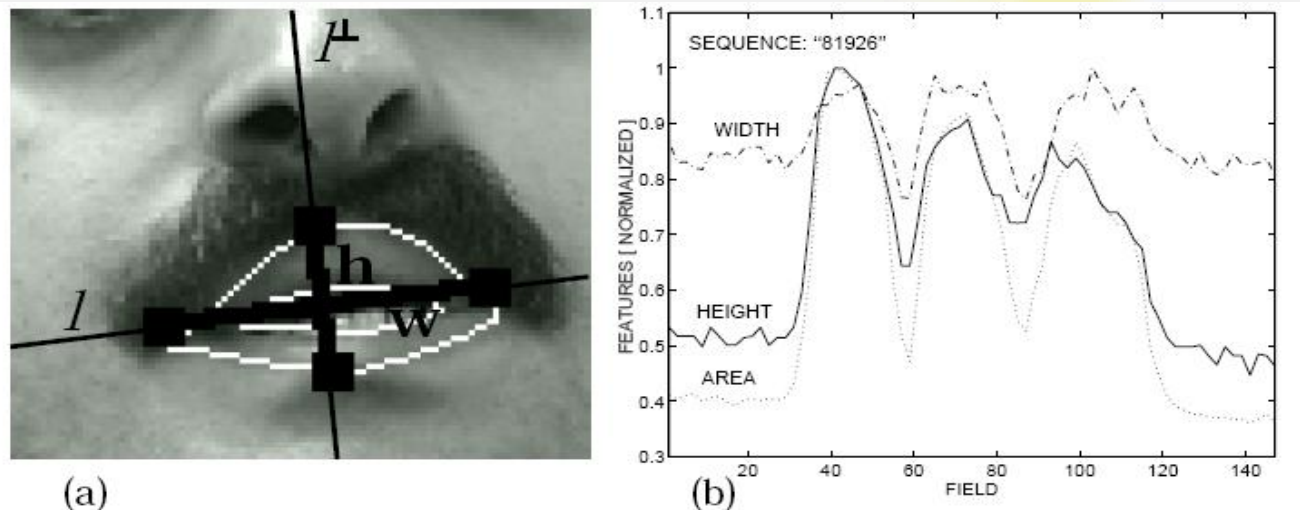


Figure 2: Geometric feature approach. (a): Outer lip width and height. (b): Three geometric visual features, tracked over the spoken sequence "81926", displayed on a normalized scale.



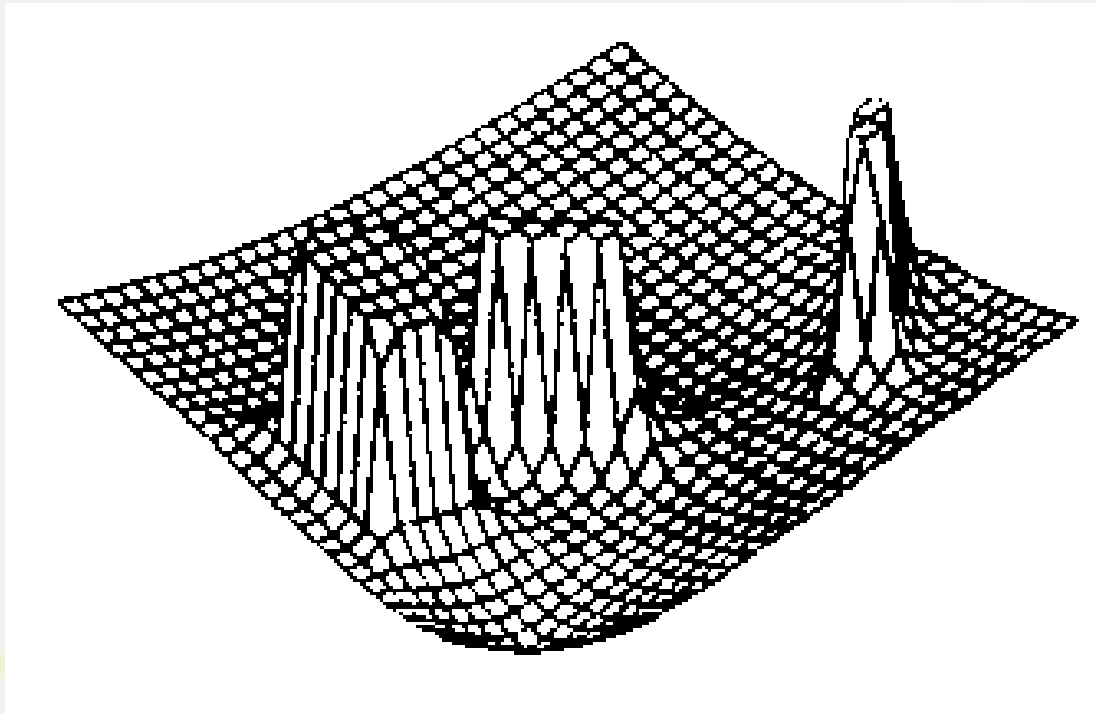
Figure 3: Lip contour Fourier descriptors (a): Estimated outer lip contour  $C$ . (b) (c) Reconstructed  $C$  from 1, 2, 3, and 20 sets of Fourier coefficients, respectively.

# Sommario

- Panoramica sulla robotica
- Trasformata di Hough
- Trasformata di Fourier
- **Pianificazione di percorsi**
- Conclusioni

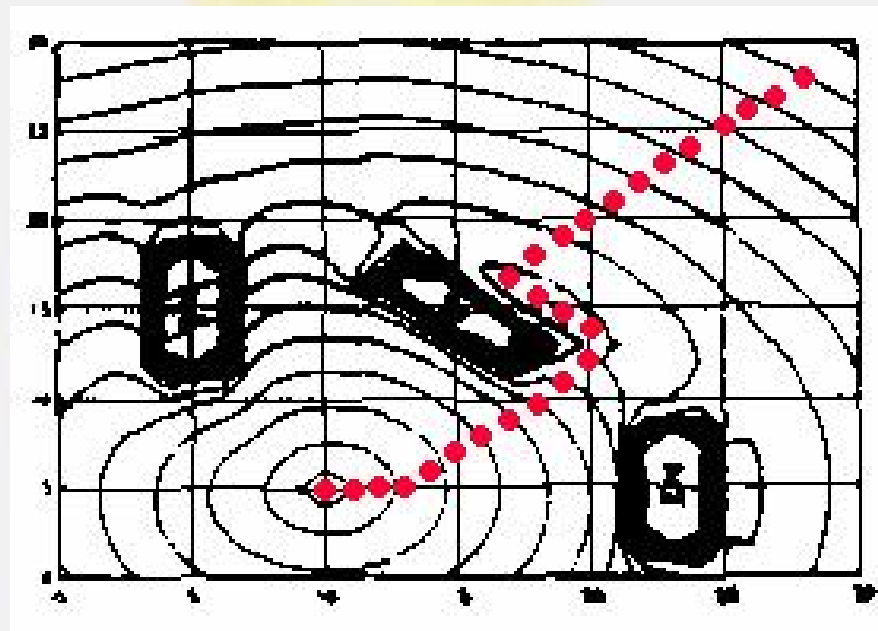
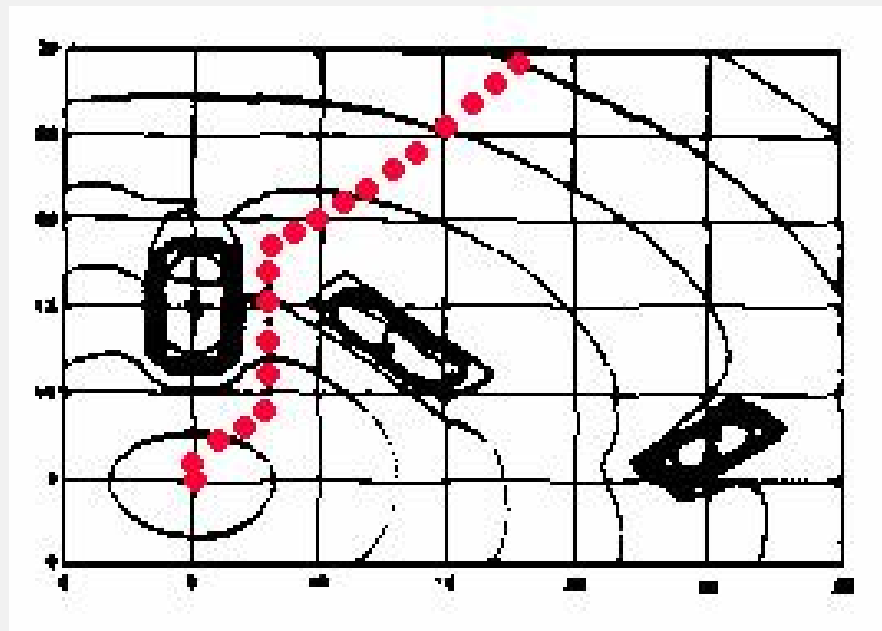


# Pianificazione di percorsi

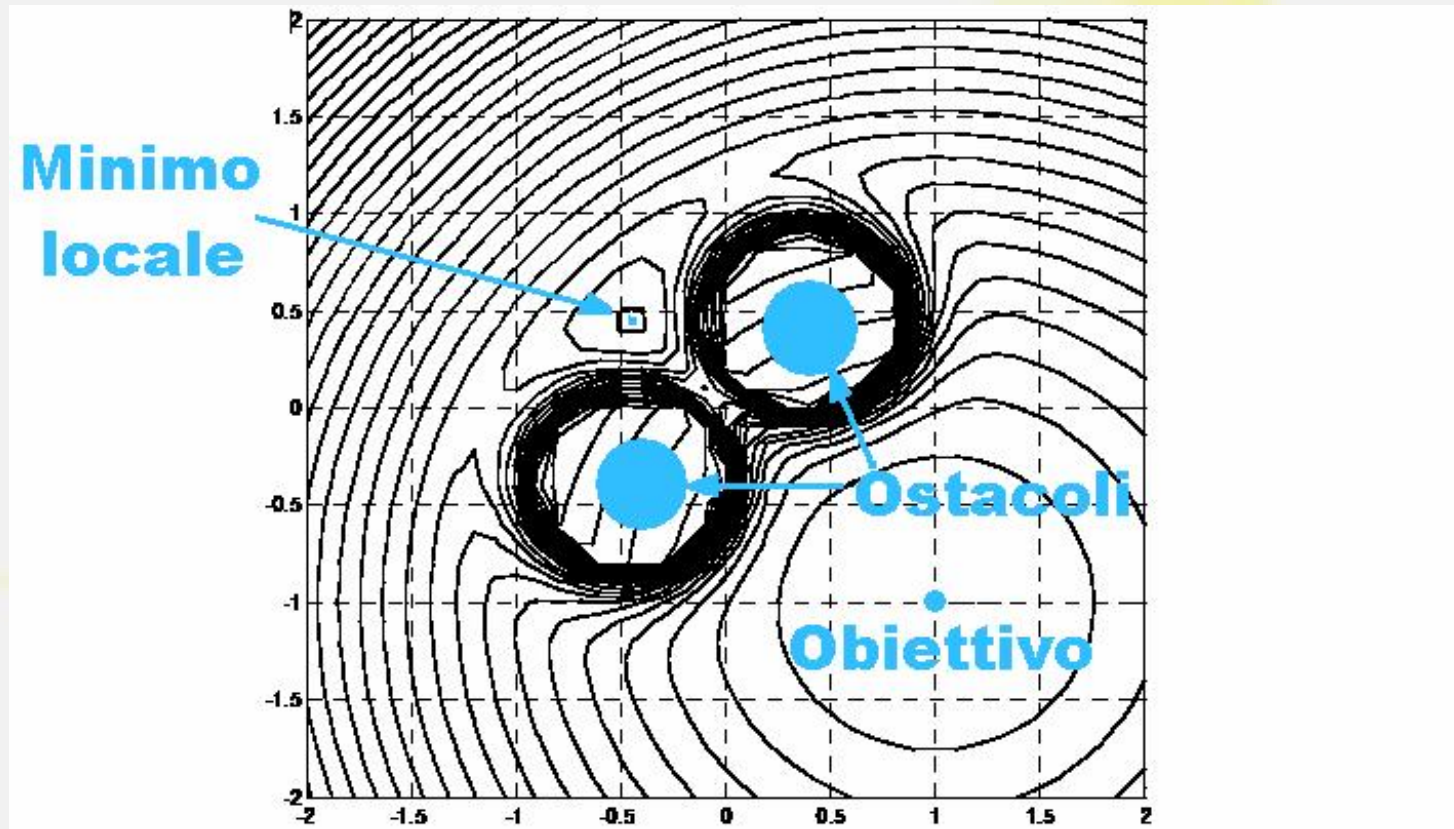


La pianificazione di un percorso può essere indotta creando potenziali repulsivi artificiali.

# Pianificazione di percorsi



# Pianificazione di percorsi

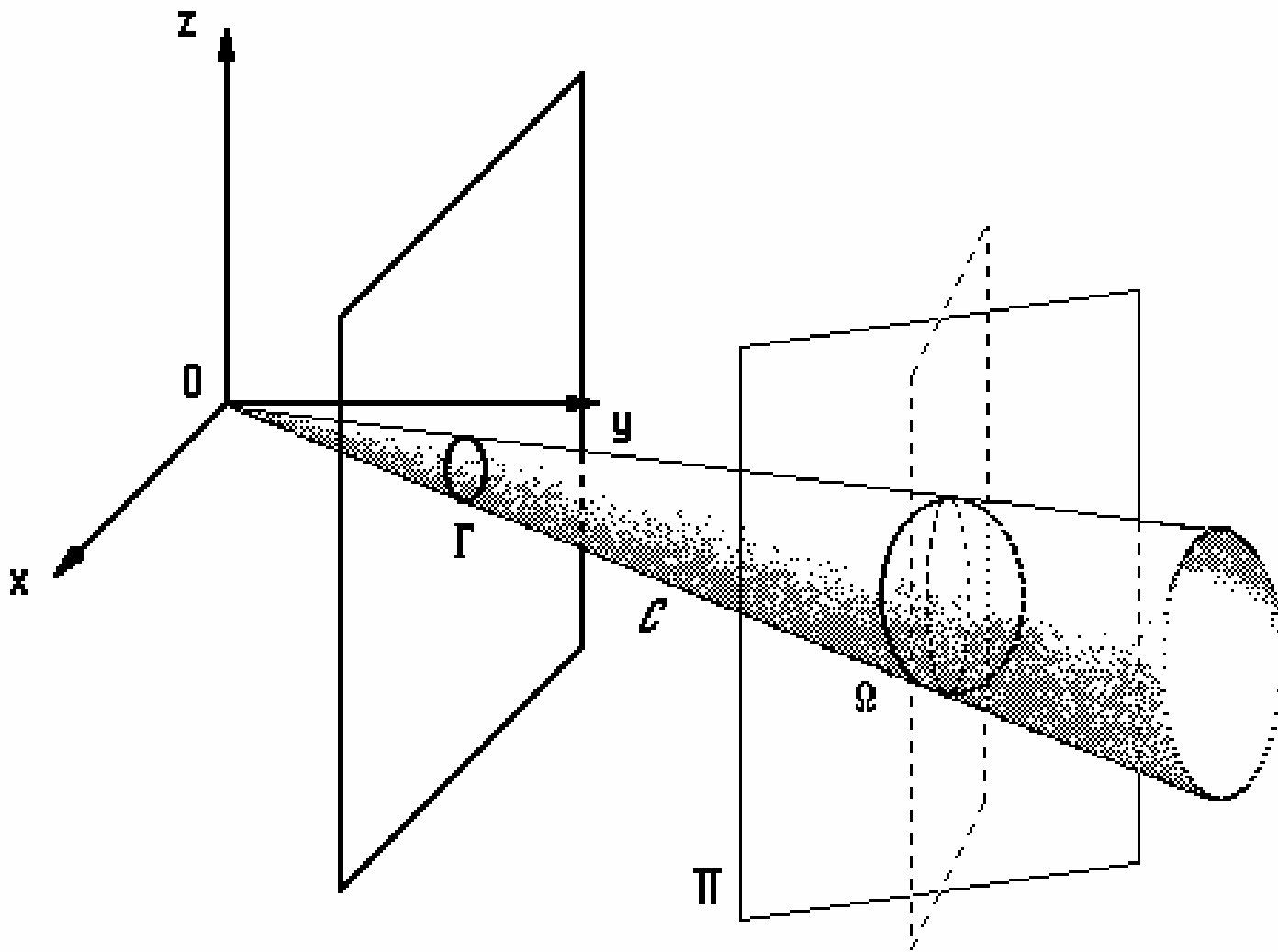


Il potenziale può presentare dei punti critici imprevisti, in cui il veicolo finisce in stallo.

# Pianificazione di percorsi



# Pianificazione di percorsi



# Sommario

- Panoramica sulla robotica
- Trasformata di Hough
- Trasformata di Fourier
- Pianificazione di percorsi
- **Conclusioni**

# Conclusioni

Gli esempi portati in questa occasione costituiscono solo una piccola frazione degli aspetti matematici della robotica.

La robotica è una disciplina relativamente giovane ed in continua crescita. Si appoggia alla matematica esistente e ne richiede di nuova.

I problemi che nascono dalla robotica e le soluzioni che provengono dalla matematica sono di tipo estremamente vario.



**GRAZIE PER  
L'ATTENZIONE !**